SER MATEMATICO

Por Alberto Cáceres, (a_caceres@cuhac.upr.clu.edu).

(Conferencia presentada el 23/nov/99 a los estudiantes de matemáticas del CUH, del programa de mentorías. Acudieron siete estudiantes y cuatro profesores)

§1. La esencia

Como matemáticos que ustedes son, empezaré por hacerlos pensar un poquito. Ustedes saben que en torneos deportivos como el de tenis de Wimbledon, el campeón o la campeona no es quien derrota a todo el mundo —porque no es un torneo de todos contra todos— sino, el último sobreviviente. Para establecer que el mejor les gana a todos, se da por válida una lógica de transitividad: *si Ana derrota a Berta y Berta derrota a Carmen, entonces Ana derrota a Carmen*, aunque Ana no haya enfrentado jamás a Carmen. Bajo esa premisa, la campeona "derrota" a todo el mundo. Como ustedes saben, el baloncesto no es así. En este deporte hay un sistema para acumular puntos, no se juega eliminando al adversario de un solo "cantazo", y el campeón es quien más puntos acumula. En deportes como el fútbol universitario americano el campeón se determina por una cierta cantidad de puntos que cada equipo acumula y por una junta de periodistas que durante el torneo decide cuáles son los diez mejores, juegan los "bowls" y sale el *number one*.

En un torneo tipo Wimbledon se depende de sólo la condición binaria del resultado, se gana o se pierde, no hay empates. Este sistema se presta para hacer unas preguntas matemáticas interesantes, por ejemplo ¿cuantos partidos juega el campeón?. Pero esa no es mi pregunta. Vamos a prepararnos para ella.

Supongamos que en un torneo de este tipo participan 128 jugadores y queremos saber cuántos partidos deben programarse para obtener un campeón. Como el torneo es eliminatorio, en la primera ronda pareamos a los jugadores al azar, cada pareja juega un partido y entonces se juegan 128÷2 = 64 partidos. Quedan entonces 64 ganadores que han de jugar 64÷2 = 32 partidos y así sucesivamente. Este sucesivamente quiere decir que tendremos que seguir dividiendo por 2 hasta que quede 1. Así podemos calcular el numero de partidos:

$$64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 127$$

Al ver el número de jugadores, 128, y el número de partidos, 127, un matemático observaría la obvia relación que hay entre ellos: 127 es uno menos que 128. Entonces estaría tentado a pensar dos cosas: una, que el conferencista escogió ese número de jugadores porque es una potencia de dos. $128 = 2^7$ es el número adecuado, se puede dividir por dos consecutivamente y de allí esa sorprendente relación. Quiere decir que si el número de jugadores fuera $256 = 2^8$, el número de partidos sería 255. ¡qué buena sorpresa!. Si el número de jugadores es $N=2^n$, el numero de partidos sería

$$2^{n-1} + 2^{n-2} + \ldots + 2^2 + 2 + 1 = 2^n - 1 = N-1.$$

Pero este matemático es más inquisitivo, y la segunda cosa que pensaría es qué relación habrá si no se tratara de una potencia de 2. Cien (100) por ejemplo. En la primera ronda habría (fácil) 50 partidos; en la siguiente, 25; en la siguiente, 12; pero queda un jugador "puyú" en descanso, y ese puyú tendría que jugar en la siguiente ronda integrándose a los 6 ganadores. Entonces en la siguiente ronda habrían siete jugadores y tendrían que programarse 3 partidos y quedaría otro jugador puyú. ¡Qué fastidio estos puyús!. Al matemático, en este momento no le interesa la respuesta, sino una forma inteligente de calcularla. Entonces recurre a hacer cálculos pequeñitos. Supone que hay tres jugadores. En la primera ronda hay un solo partido y un puyú, y en la segunda ronda juegan el puyú con el ganador, y se acabó. Entonces hay dos partidos y 2 es uno menos que 3. Veamos con 5: primera ronda, 2 partidos y un puyú; segunda ronda, 3 jugadores y, como ya lo vimos anteriormente, con tres jugadores hay dos partidos. Entonces hay en total 4 partidos, es decir uno menos que 5. ¡Ah!, este es el momento de lanzar una conjetura.

Conjetura: *En un torneo eliminatorio de N jugadores , deben jugarse N-1 partidos.*

Ya lo verificamos para 3, 4, 5, 8, 16, 32, 128, entonces ¿podemos dar por cierta nuestra conjetura?. Ustedes saben que la respuesta es NO.

Permítanme contarles en este momento el chiste matemático-chauvinista que en mi época de estudiante los matemáticos hacíamos de los físicos. Dicen que un físico afirma que todos los números impares son primos y lo prueba recorriendo la lista de impares y observando que son primos. En efecto, el 3 es primo, lo es el 5, lo es el 7. El siguiente impar es 9, pero esa es una *excepción a la regla* (recuerden que la excepción confirma la regla, extraordinaria ley universal), porque el 11 y el 13 son también primos. Por tanto "todos los números impares son primos". ¡Probado!

Debemos notar que esa "prueba" no es más que una casuística y aunque la ciencia establece sus verdades a base de casuística, la matemática no. ¿Cómo sabemos que el agua hierve a los 100 grados Celsuis?, por casuística. Hemos observado miles de millones de casos de aguas que si se les somete a 100 grados de temperatura, estas hierven. Esa es una verdad y hacemos tecnología con esa verdad. A fines del siglo pasado, todo el transporte se hacía con máquinas de vapor porque los seres humanos sabíamos que sólo había que crear una fuente de calor que produjera más de 100 grados celsuis de temperatura y las locomotoras y los titanics podrían moverse y transportarnos. Los científicos habían observado múltiples veces que el agua hervía a la misma temperatura y conjeturaron que el agua hierve siempre a la misma temperatura. Esa es la hipótesis en el método científico. Muchas observaciones inteligentes, una hipótesis (conjetura) y luego la experimentación en el laboratorio. Y una vez probado por un científico, ese experimento debe ser reproducible por otros científicos, hasta que todos —o casi todos— lo comprueban y se convierte en una ley de la física, en una verdad. "El agua hierve siempre a la misma temperatura". Esto es lo que sería un teorema para los matemáticos. Un teorema es una verdad matemática. Y una afirmación en matemáticas se convierte en verdad, sólo cuando ha sido demostrada. La demostración en matemáticas, pura acción lógica, puro ejercicio mental, es el equivalente al laboratorio en las ciencias. Es el lugar donde se establecen verdades.

Pero no es mi intención hacer burla de los físicos, ellos son buenas personas y yo los respeto mucho. No se trata de que yo como matemático resolvería el problema del agua de forma diferente; no resolvería por ejercicio mental que el agua hierve siempre a 100 grados, todo el mundo se reiría de mi. No son las personas, es la naturaleza de los problemas lo que establece la clasificación de las actividades del conocimiento.

Pero volvamos a nuestro problema del torneo deportivo. Estábamos en la conjetura. A diferencia de los físicos, un matemático, si comprobara, con su calculadora, que cada vez que hay N jugadores en un torneo, deben jugarse N-1 partidos, y lo hiciera millones de veces, todavía no lo creería y no diría que es un teorema. Un matemático necesita una *prueba*, es decir, un argumento rigurosamente lógico que convenza. Y en el caso de nuestro problema, alguien — yo tomé este ejemplo de una lectura del maestro Paul Halmos— hizo la siguiente prueba:

> *Obsérvese que en cada partido hay un ganador y un perdedor. Por tanto, a cada partido le corresponde un único perdedor. Por otra parte un perdedor, una vez que pierde, no juega nunca más. Entonces un perdedor no pierde dos veces, por tanto a cada perdedor le corresponde un único partido. Es decir, hay una correspondencia uno a uno entre perdedores y partidos. Pero en el torneo, todos, salvo uno, son perdedores, por tanto si hay N jugadores, hay N-1 perdedores y por ello hay N-1 partidos. Q.E.D.*

Ahora sí hemos hecho matemática. Una vez probada la conjetura, esta se convierte en teorema.

Teorema: *En un torneo eliminatorio de N jugadores , deben jugarse N-1 partidos.*

Esta es una prueba de las que Erdös llamaba "del libro". Erdös decía que el "gran fascista" — así llamaba Erdös a Dios— tenia un libro donde estaban todas las pruebas de todos los teoremas y éstas eran las pruebas más bellas y que la misión de los matemáticos era descubrir esas pruebas, antes, por supuesto, de tener la oportunidad de ver el libro. Cada vez que Erdos veía una prueba como la que les he mostrado —sencilla, elegante, tersa y contundente— exclamaba que esa prueba era "del libro", es decir, la suprema expresión de rigor y belleza.

§2. El empleo

Ustedes están aquí seguramente para saber cómo se van a ganar la vida siendo matemáticos. Eso es el futuro y no lo puedo saber, pero lo más probable es que trabajen como matemáticos, es decir usando el poder de pensar lógicamente, con rigor. En matemáticas hay lugar para seguramente todos. Desde una modesta ayudantía de cátedra en camino a una maestría, con magras ganancias que alcanzan escasamente para "junk food", pasando por comisionado de Seguros de Puerto Rico, como lo es el Sr. José Antonio González (MS matemáticas UPR y Actuario, Michigan), a Secretario de Defensa de los Estados Unidos, como fue el caso de Mr. William Perry (Ph.D, matemáticas). Detrás de todo esto, lo que es común, es la capacidad de pensar lógicamente, la capacidad de hallar estructura en el aparente caos. En nuestro medio, nuestros graduados están trabajando como técnicos en computadoras aquí en el Colegio (hay por lo menos nueve), como director de un centro de cómputo en la Universidad Interamericana, como técnico de laboratorio en el observatorio de Arecibo, como consultor independiente, como técnicos en agencias federales como el Bureau of Standards y la Agencia Cartográfica Nacional (hay al menos seis).

Pero debemos reconocerlo, la matemática no es una profesión socialmente atractiva como es la medicina o la abogacía o la ingeniería, profesiones que parecen prometer éxito instantáneo, aunque sabemos que no necesariamente es así y en realidad la suerte depende de cada persona. Lo mismo sucede en matemáticas. Cada matemático hace su profesión. Para algunos el bachillerato en matemáticas es una excelente plataforma desde donde se lanzan a otro tipo de carrera, como lo veremos pronto en el libro que les voy a mostrar. Esta preocupación por definir la carrera de un matemático ni es nueva ni es definitiva. Uno de los esfuerzos más concretos lo hizo el año 1996 la Asociación Matemática Americana de la manera más natural, no como lo diseñaron las universidades, diciendo a qué pueden dedicarse sus graduados, sino rastreando a los mismos matemáticos para saber qué han hecho con sus grados. En el papel que les doy están los nombres y las ocupaciones de 101 profesionales que se definen como matemáticos[†]. Todos ellos explican cómo la matemática determinó la profesión que ejercen y la forma exitosa cómo se ganan la vida. Permítanme mostrarles algunos casos que los he escogido por ser hispanos:

1. Ruth González: Especialista en investigación, Exxon Production Research Company. BS and MA Mathematics University of Texas at Austin, Ph.D Mathematics Rice University. "Como matemática geofísica de Exxon, trabajo en investigación y desarrollo de algoritmos sísmicos que se usan en la exploración y explotación de reservas de hidrocarbonos (petróleo y gas natural).

2. Valerie López, A.S. Analista Actuarial, Towers Perrin. BS in Mathematics, University of Texas at Austin. "Comencé mi carrera en matemáticas en 1991. Al presente, trabajo para Towers Perrin, firma consultora internacional. Mi responsabilidad está en consultoría de pensiones, que tiene que hacer con matemática de inicio a fin. Luego de escoger Towers Perrin como consultor, un cliente nos confía el establecimiento y administración de sus planes de pensiones. Nosotros recibimos la data del cliente y mi trabajo consiste en asegurarme que la data sea razonable y cabal. Las destrezas de razonamiento aprendidas en las clases de matemáticas que le permiten a uno intuir si una respuesta es buena o mala, es precisamente lo que me guía en el análisis de la data del cliente"

3. Juan C. Meza, BS and MS Ingeniería Electrica, Ph.D. Ciencias Matemáticas. Analista numérico, Laboratorio Nacional de Sandia. "La necesidad de matemáticas en la industria ha aumentado dramáticamente en los últimos 10 años. En no otro lugar es esta necesidad más evidente que en los campos de la Ciencia Computacional e ingeniería. Mi especialidad particular se conoce como análisis numérico y comprende una mezcla de matemáticas, ciencias de cómputo, ingeniería y física".

[†] *101 Careers in Mathematics*, The Mathematical Association of America, Washington DC, 1996

4. Edna Lee Paisano. B.A. en Sociología and Maestría en Trabajo Social, University of Washington. Estadística en el Bureau of the Census, Department of Commerce. "…mi educación puede parecer extraña porque trabajo estadística, pero yo crecí en una región rural donde tuve exposición limitada a ocupaciones relacionadas con la matemática. Los consejeros en mi escuela nunca me sugirieron seguir una especialidad de matemáticas o estadística, aun cuando yo les pedí consejo al respecto. Como me gustaba tanto la matemática, tomé cursos de matemáticas y estadística en la escuela secundaria y estos cursos me calificaron para el empleo".

Sólo en este siglo es que los matemáticos han sido empleados como matemáticos, es decir que existe la profesión de matemático. Tal vez sólo desde la segunda guerra mundial es que hubo necesidad técnica de ellos, justamente por su capacidad de pensar con rigor. Los frutos mas notables de eso son dos disciplinas de notable importancia hoy: La Investigación Operativa y la Criptografia. Me gustaría hablarles de eso en otra oportunidad aunque estoy seguro que algunos de mis colegas podrían hacerlo mejor.

§3. Mi matemático favorito

Para casi terminar quiero contarles una de mis anécdotas favoritas y tiene que ver con Neantro, el matemático más brillante que he conocido. Era 1964 y visitaba Lima, capital de mi país, Lorent Schwartz, famoso matemático bourbakista francés creador de la teoría de distribuciones, que tiene que hacer con generalizaciones de la delta de Dirac, una extraña función que los físicos definen en mecánica cuántica. Además de seminarios, Schwartz dio una conferencia a público general sobre la matemática y los matemáticos. En un pasaje de la conferencia recomendó que los matemáticos deberían dormir mucho. Dijo que el subconsciente durante el sueño resuelve problemas y que muchos matemáticos en sus sueños hallan soluciones a problemas y luego, al despertar, verifican. Terminó la conferencia y todos volvimos a lo que estábamos haciendo. Días después, Neantro, siendo un estudiante brillante y ya famoso por su talento, llegó a la universidad a la mañana con los evidentes signos de haber dormido muy poco y no necesariamente por andar en fiestas. Entonces sus amigos le increpamos que él no estaba siguiendo los consejos de Schwartz, que los matemáticos deberían dormir mucho, que él no estaba durmiendo ni siquiera lo suficiente. A lo que Neantro replicó. "Si eres matemático puedes dormir todo lo que quieras, pero si quieres ser matemático, no puedes darte ese lujo". Era el año 1965 y dos años después, Neantro saldría a Francia para graduarse luego de doctor bajo la supervisión de Alexandre Grothendieck, en geometría algebraica.

§4. El problema de la paz.

Y ahora al terminar permítanme proponerles un problema para resolver. Y aquí va: En la misa católica, hay un momento en que el sacerdote invita a los fieles a "darse la paz". Esto consiste en estrechar la mano de otro fiel y desearle paz. Uno normalmente da la paz a sus vecinos más próximos, a derecha, a izquierda, adelante, atrás. Siempre hay algún "esmandao" que cruza naves y da la paz a otros que están en el otro extremo del templo. Ese evento dura unos pocos minutos. Al terminar, cada feligrés ha dado la paz, o un número par o un número impar de veces.

Después de este hecho, el sacerdote informa a la feligresía que quienes dieron la paz un número par de veces se irán al cielo y los otros al infierno. Entonces me doy cuenta que yo di la paz a sólo 3 personas y empiezo a sentir profunda angustia. Le extiendo la mano a un vecino que está en diagonal quien, con aire de estar satisfecho, me la rechaza pues él ya ha dado la paz un número par de veces y no ha de arriesgar su paraíso por salvar a este pobre pecador. Mis ansias crecen y afortunadamente en la otra nave detecto a una atractiva señora con un rostro tan angustiado como el mío, corro hacia ella con la mano estirada y ella hacia mi en igual actitud. Nos damos la paz y recobramos la tranquilidad y observo en el templo que todos los angustiados, misteriosamente han recobrado la paz. Y es verdad. ¿Saben por qué?, porque el número de personas que da la paz un número impar de veces, siempre es par. Es decir, para cada feligrés angustiado como yo que ha dado la paz un número impar de veces hay otro feligrés en igual angustia y podremos encontrarnos. El problema entonces es el siguiente:

Problema: probar que (antes del brote de angustia) el número de fieles que dan la paz un número impar de veces, es siempre par.

Envíeme una solución "del libro" a mi dirección electrónica (a_caceres@cuhac.upr.clu.edu). Pediré al profesor Sotero que publique la mejor solución, con nombre del autor, en la próxima edición de MC++.

Gracias a ustedes por escucharme y a Vianesse González por pedirme esta charla.

FIN